Professeur : Rachid BELEMOU Lycée : Prince Moulay Abdellah	Cours Puissances	Niveau : 3éme_Collège Année : 2023-2024

1 Définitions (Rappels)

Définition

Si a est un nombre et n est un entier naturel alors :

$$a^n = \underbrace{a \times \ldots \times a}_{n\ facteurs} \qquad \text{se lit “}a\ \textit{puissance}\ n\text{” ou “}a\ \textit{exposant}\ n\text{”}$$

Par définition on posera aussi : $a^1 = a$ et $a^0 = 1$.
Si $a \neq 0$, on a par définition :

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times \ldots \times a}_{n\ facteurs}}$$

autrement dit, a^{-n} est l'inverse de a^n puisque $a^n \times a^{-n} = \frac{a^n}{a^n} = 1$.

Exemples :

$3^4 = 81$; $1^1+2^2+3^3+4^4+5^5 = 3413$; $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$; $\left(\sqrt{7}\right)^2 = 7$; $\left(\sqrt{11}\right)^3 = 11\sqrt{11}$

2 Cas particulier : les puissances de 10

Cas particulier :

Les puissances de 10 sont faciles à calculer puisque le nombre de zéros dans l'écriture décimal correspond à l'exposant.

Exemples :

$$10^5 = 1\underbrace{00\,000}_{5\ z\acute{e}ros} \quad ; \quad 10^{-3} = \underbrace{0,00}_{3\ z\acute{e}ros}1$$

3 Régles et priorités

3.1 Régles de calcul

Propriété (Avec le même nombre).

Si a est un nombre et si m et n sont des entiers relatifs (positifs ou négatifs) alors :

$$a^m \times a^n = a^{m+n} \qquad \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n} \qquad (a^m)^n = a^{m\times n}$$

Exemples :

$5^3 \times 5^{-9} = 5^{3+(-9)} = 5^{-6}$; $\dfrac{3^{-8}}{3^{-11}} = 3^{-8-(-11)} = 3^3$; $\left(2^3\right)^4 = 2^{3\times 4} = 2^{12}$

Propriété (Avec le même exposant).

Si a et $b \neq 0$ sont des nombres et si n est un entier relatif (positifs ou négatifs) alors :

$$(a \times b)^n = a^n \times b^n \qquad \left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

Exemples :

$(7x)^2 = 7^2x^2 = 49x^2$; $\left(3\sqrt{7}\right)^4 = 3^4 \times \left(\sqrt{7}\right)^4 = 81 \times \underbrace{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}_{7} \times \underbrace{\sqrt{7}\times\sqrt{7}}_{7} = 81 \times 49 = 3969$

$\left(\dfrac{2x}{3}\right)^3 = \dfrac{(2x)^3}{3^3} = \dfrac{2^3x^3}{3^3} = \dfrac{8x^3}{27}$

3.2 Priorités

Définition

Dans un calcul qui comporte des parenthèses, des exposants et des opérations, on calcule dans l'ordre :

- L'intérieur des parenthèses si c'est possible.
- Les puissances.
- Les multiplications et divisions (de gauche à droite).
- Les additions et soustractions.

Exemples :

$2 \times 5^3 = 2 \times 125 = 250$; $\left(x+\sqrt{3}\right)^2 = x^2 + 2 \times x \times \sqrt{3} + \left(\sqrt{3}\right)^2 = x^2 + 2\sqrt{3}x + 3$

$5 \times (7+3)^{-4} = 5 \times 10^{-4} = 5 \times 0,0001 = 0,0005$

4 Notation scientifique

Définition

L'écriture scientifique d'un nombre est **la seule** écriture de la forme $a \times 10^n$ où n est un entier relatif et a est un nombre décimal avec **un seul chiffre non nul** avant la virgule.

Exemples :

320 000 peut s'écrire : $320 \times 10^3 = 32 \times 10^4 = 3,2 \times 10^5 = 0,32 \times 10^6$,
mais la seule écriture qui ne contient qu'un chiffre non nul avant la virgule est $3,2 \times 10^5$, c'est la notation scientifique du nombre 320 000.

$A = 4^5 = 1024 = 1,024 \times 10^3$

$B = \underbrace{0,000257}_{} \times 10^{12}$

$B = 2,57 \times \underbrace{10^{-4} \times 10^{12}}_{}$

$B = 2,57 \times 10^8$

$C = \dfrac{7 \times 10^5 \times 4 \times 10^{-11}}{10^{-17} \times 35 \times 10^3 \times 2}$

$C = \dfrac{7 \times 4}{35 \times 2} \times \dfrac{10^5 \times 10^{-11}}{10^{-17} \times 10^3}$

$C = \dfrac{\cancel{7} \times \cancel{2} \times 2}{5 \times \cancel{7} \times \cancel{2}} \times \dfrac{10^{5+(-11)}}{10^{-17+3}}$

$C = \dfrac{2}{5} \times \dfrac{10^{-6}}{10^{-14}}$

$C = 0,4 \times 10^{-6-(-14)}$

$C = \underbrace{0,4}_{} \times 10^8$

$C = 4 \times \underbrace{10^{-1} \times 10^8}_{}$

$C = 4 \times 10^7$