Professeur : Rachid BELEMOU	Cours	Niveau : TCT-TCS : BIOF
Lycée : Prince Moulay Abdellah	L'ordre dans IR	Année : 2021-2022

I) L'ordre dans IR :

Comparer deux nombres réels *a* et *b*, c'est chercher à savoir quel est le plus grand (ou s'ils sont égaux).

1)Définition : soient a et b deux réels.

$a \le b$ se lit « a inférieur ou égal à b » ce qui équivaut à $(b-a) \in \mathbb{R}^+$ ou $b-a \ge 0$

$b \ge a$ se lit « a supérieur ou égal à b » ce qui équivaut à $(b-a) \in \mathbb{R}^+$ ou $b-a \ge 0$

a < b se lit « a strictement inférieur à b » ce qui équivaut à $b-a > 0$

a > b se lit « a strictement supérieur à b » ce qui équivaut à $b-a < 0$

Ainsi, comparer *a* et *b* revient à étudier le signe de *a* – *b*.

Exemple1 : comparer $\frac{101}{102}$ et $\frac{100}{101}$

Exemple2 : comparer a et b $a = 2+\sqrt{3}$ et $b = 2\sqrt{3}$

Exemple3 : comparer $2a$ et a^2+1 avec $a \in \mathbb{R}$

2)Activités : I) comparer les réels suivants :

1) $\frac{8}{11}$ et $\frac{5}{11}$ 2) $\frac{13}{9}$ et $\frac{13}{6}$ 3) $\frac{-15}{7}$ et $\frac{-15}{4}$

4) $\frac{-12}{7}$ et $\frac{15}{4}$ 5) $2\sqrt{5}$ et $5\sqrt{2}$

II) soient a et b deux réels tel que : $a \le b$

comparer : 1) $5a$ et $5b$ 2) $-13a$ et $-13b$

III) soient a et b deux réels strictement positifs tel que : $a \le b$ comparer : 1) a^2 et b^2 2) $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$

3) $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$

IV) soient a et b deux réels négatifs tel que : $a \le b$

comparer : a^2 et b^2

II) L'ordre et les opérations dans $\mathbb{R}$

1)L'ordre et l'addition

Propriété : Soient a et b et c trois nombres réels

✓ Si $a \le b$ alors $a+c \le b+c$ et $a-c \le b-c$

✓ Si $a \le b$ et $c \le d$ alors $a+c \le b+d$

(On peut ajouter membre a membre deux inégalités de même sens)

Remarque : on ne peut pas retrancher membre a membre deux inégalités de même sens

Exemple :

On a : $4 \le 6$ et $2 \le 6$ mais $4-2 > 6-6$

Application 1:

Soit a est un réel strictement positif.

1. montrer que : Si $a > 1$, alors $a^3 > a^2 > a$
2. montrer que : si $a < 1$, alors $a^3 < a^2 < a$.

2)L'ordre et la multiplication

Propriétés :

1) $ab \geq 0$ ssi $a \geq 0$ ou $b \geq 0$ ou $a \leq 0$ ou $b \leq 0$
(le produit de deux réel de même signe et toujours positifs)

2) si $a \leq b$ et $c \geq 0$ alors $ac \leq bc$

si $a \leq b$ et $c \leq 0$ alors $ac \geq bc$

3) si $0 \leq a \leq b$ et $0 \leq c \leq d$ alors $ac \leq bd$

si $0 \leq a \leq b$ alors $a^2 \leq b^2$ et $\sqrt{a} \leq \sqrt{b}$

4) si $a \leq b \leq 0$ alors $a^2 \geq b^2$

5) si $ab > 0$ on a : si $a \leq b$ alors $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$ (Autrement dit, deux nombres strictement positifs ou strictement négatifs sont rangés dans l'ordre contraire de leur inverse.

Remarque : pour $a = 0$ et $a = 1$, $a = a^2 = a^3$.

Exercice 1 : comparer a et b :

$a = \sqrt{6}$ $\quad b = \sqrt{3} + \sqrt{2} - 1$

Exercice 2 : soit $x \in \mathbb{R}^{*+}$

1)Comparer : $\sqrt{x+1} + \sqrt{x}$ et $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+2}$

2)En déduire une comparaison de : $\sqrt{x+1} - \sqrt{x}$ et $\sqrt{x+2} - \sqrt{x+1}$

Exercice 3: soit $a \in \mathbb{R}^{*+}$ et $b \in \mathbb{R}^{*+}$

Comparer : $x = \frac{7a+2b}{7a}$ et $y = \frac{8b}{7a+2b}$

III)La valeur absolue et propriétés

1)Définition : Soit $x \in \mathbb{R}$ et soit M le point d'abscisse x sur un axe normé(gradué)

La valeur absolue de x *est la distance* OM et on note : $|x|$

et on a : $OM = |x|$ (O l'origine de l'axe)

2)Conséquence : $x \in \mathbb{R}$

Si $x \geq 0$ alors $|x| = x$ et Si $x \leq 0$ alors $|x| = -x$

Remarque : Si x est un nombre réel, $|x^2| = x^2$ car $x^2 \geq 0$.

Exemples : calculer les expressions suivantes (éliminer le signe de valeur absolue)

1) $|-3|$ 2) $|3|$ 3) $\left|-\frac{3}{5}\right|$ 4) $\left|\sqrt{5}-2\right|$ 5) $\left|1-\sqrt{3}\right|$

6) $|\pi - 4|$ 7) $\left|\sqrt{2}-\sqrt{7}\right|$ 8) $\left|3-2\sqrt{3}\right|$

9) $A = \left|4-2\sqrt{3}\right| - \left|5-3\sqrt{3}\right| + \left|9-5\sqrt{3}\right|$

3)Définition : Soit $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$ et soit A et B les point d'abscisses respectives a et b sur un axe normé(gradué)

La distance entre a et b c'est la distance AB et on la note $AB = |a-b|$

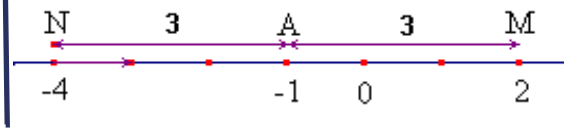
Remarque : $AB = BA$ donc $|a-b| = |b-a|$

Exemples :

$MN = |2-(-4)| = |2+4| = |6| = 6$

$AM = |2-(-1)| = |3| = 3$

$AN = |-1-(-4)| = |-1+4| = |3| = 3$



4)Propriétés : $x \in \mathbb{R}$ **et** $y \in \mathbb{R}^*$ **et** $a \in \mathbb{R}^+$

$|x| \geq 0$; $|x^2| = |x|^2 = x^2$; $-|x| \leq x \leq |x|$; $|x| = |-x|$

$\sqrt{x^2} = |x|$; $|xy| = |x||y|$; $|x+y| \leq |x| + |y|$; $\left|\frac{x}{y}\right| = \frac{|x|}{|y|}$

$|x| = a$ équivaut à dire que $x = a$ ou $x = -a$

$|x| = |y|$ équivaut à dire que $x = y$ **ou** $x = -y$

Dire que $|x| = 0$ équivaut à dire que $x = 0$.

Applications : (*Résolution des équations*)

Résoudre les équations suivantes :

1) $|x-1| = 5$ 2) $|2x+1| = |x-3|$ 3) $|x+2| = -1$

Exercice 4 : 1) calculer $\left(3\sqrt{2}-5\right)^2$

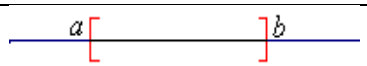
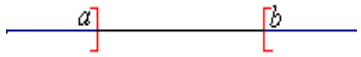
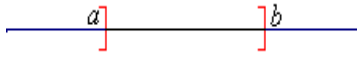
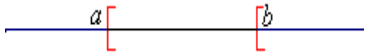
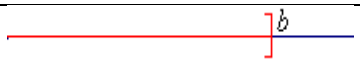
2)comparer : $3\sqrt{2}$ et 5

3)simplifier $\sqrt{43-30\sqrt{2}}$

IV)Intervalles dans l'ensemble des nombres réels

1)définition :

a et b sont deux réels tels que $a < b$.
Le tableau ci-dessous résume les différents types d'intervalles.

L'intervalle noté …	inégalité …	Représentation de cet intervalle sur une droite graduée
$[a\ ;\ b]$	$a \le x \le b$	
$]a\ ;\ b[$	$a < x < b$	
$]a\ ;\ b]$	$a < x \le b$	
$[a\ ;\ b[$	$a \le x < b$	
$[a\ ;\ +\infty[$	$a \le x$	
$]a\ ;\ +\infty[$	$a < x$	
$]-\infty\ ;\ b]$	$x \le b$	
$]-\infty\ ;\ b[$	$x > b$	

Vocabulaire : $[a\ ;\ b]$, $]a\ ;\ b[$,$]a\ ;\ b]$ et $[a\ ;\ b[$ sont des intervalles d'**extrémités** a et b ($a < b$). Le **centre** de l'intervalle est le nombre $\frac{b-a}{2}$, et sa **longueur** est $b - a$.

Remarques : $-\infty$ (moins l'infini) et $+\infty$ (plus l'infini) ne sont pas des nombres, ce sont des symboles.
Du côté de $-\infty$ et de $+\infty$, le crochet est toujours ouvert
L'ensemble des réels $\mathbb{R}$ se note aussi $]-\infty\ ;\ +\infty[$.

$\mathbb{R}^+ = [0,+\infty[$ et $\mathbb{R}^- =]-\infty,0]$ et $\mathbb{R}_+^* =]0,+\infty[$ et $\mathbb{R}_-^* =]-\infty,0[$

2)Réunion et intersection d'intervalles

L'**intersection** de deux intervalles est l'ensemble des nombres réels appartenant **à la fois** aux deux intervalles.
La **réunion** de deux intervalles est l'ensemble des nombres réels appartenant à l'un **ou** l'autre de ces intervalles (les éléments de l'intersection appartiennent aussi à la réunion).

Exemples : simplifier si c'est possible
1) $[2\ ;\ 5] \cap [4\ ;\ 6]$ 2) $[2\ ;\ 5] \cup [4\ ;\ 6]$
3) $]-\infty\ ;\ 2] \cap [-1\ ;\ +\infty[$ 4) $]-\infty\ ;\ 2] \cup [-1\ ;\ +\infty[$

Exercice 5 : calculer $I \quad J$ et $I \quad J$ dans les cas suivants
$J = [-1,+\infty[$ et $I =]-3,7]$
$J = [4;10]$ et $I =]-\infty,5[$
$I = [0,10[$ et $J = [-5;-1]$
$I = \left[\frac{-2}{3},2\right]$ et $J = \left]-1,\frac{3}{2}\right[$

Exercice 6 : représenter chaque inégalité ou encadrement par l'intervalle qui convient ; 1) $x \ge -3$ 2) $x < 5$
3) $1 \le 2x \le 4$ 4) $0 < 6x - 2 \le 10$ 5) $-8 \le 2 - 2x \le 6$

Exercice 7 : résoudre les systèmes suivants :
1) $\begin{cases} x \ge -3 \\ x \succ 2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x \succ 5 \\ x \le 4 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x \succ 7 \\ x \ge 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} -3 \le x \le 0 \\ -7 \prec x \prec 10 \end{cases}$

Définition : Soient *a, b* et *x* trois nombres réels tq $a \le b$.

On pose $I=[a;b]$ ou $I=]a;b[$ ou $I=[a;b[$ ou $I=]a;b]$

(Intervalles ***bornés*** d'extrémités *a* et *b*.)

Le ***réel*** $\frac{a+b}{2}$ est le milieu de intervalle I

Le ***réel*** $b-a$ est le amplitude de intervalle I

Le ***réel*** $\frac{b-a}{2}$ est le rayon de intervalle I

EXEMPLE : on considéré l'intervalle $I=[-3;4]$

$\frac{-3+4}{2}=\frac{1}{2}$ est le milieu de intervalle I

$4-(-3)=7$ est le amplitude de intervalle I

$\frac{4-(-3)}{2}=\frac{7}{2}$ est le rayon de intervalle I

3)Les intervalles et la valeur absolue

Propriété : $x\in$ et $r\in\mathbb{R}^{+*}$

$|x|\le r$ ssi $-r\le x\le r$ ssi $x\in[-r;r]$

$|x|\ge r$ ssi $x\ge r$ ou $x\le -r$

Applications (*Résolution des inéquations*)

Résoudre les inéquations suivantes : $|2x+1|\prec 6$

1) $|x-1|\le 2$ 2) $|x+2|\ge 3$ 3) $|2x+1|\prec 6$

Exercice 8 : Soit x et y deux réels tq : $x\ge\frac{1}{2}$ et $y\le 1$ et $x-y=3$

1) Calculer : $E=\sqrt{(2x-1)^2}+\sqrt{(2y-2)^2}$

2) Montrer que : $\frac{1}{2}\le x\le 4$ et $-\frac{5}{2}\le y\le 1$

3) Calculer : $F=|x+y-5|+|x+y+2|$

IV)L'encadrement et la valeur approché

1)Encadrement :

Définition : Réaliser un encadrement du réel x, c'est trouver deux nombres assez proche a et b tel que, a < x < b ou

a ≤ x ≤ b ou a <x ≤ b ou a ≤ x < b

Chacun de ces doubles égalités s'appelle un encadrement du réel x d'amplitude b-a

Plus cette amplitude est réduite et plus l'encadrement est précis.

a s'appelle une approximation du réel x par défaut à b-a près (ou avec la précision b-a)

b s'appelle une approximation du réel x par excès à b-a près (ou avec la précision b-a)

Exemple : on a $\left(\sqrt{3}\simeq 1.732050808...\right)$

Donc ① $1.73\le\sqrt{3}\le 1.74$ et ② $1.732\le\sqrt{3}\le 1.733$

① est un encadrement du réel $\sqrt{3}$ à $1.74-1.73$ près

c à d à $10^{-2}=0.01$ près

② est un encadrement du réel $\sqrt{3}$ à $1.733-1.732$ près

c à d à $10^{-3}=0.001$ près

Et on a 1.73 est une approximation du réel $\sqrt{3}$ par défaut à 10^{-2} près

1.74 est une approximation du réel $\sqrt{3}$ par excès à 10^{-2} près

Exercice 9 : *x* est un réel tel que –1 < *x* < 2. On pose B = -2*x* – 3.

Trouver un encadrement de B et trouer son amplitude

2) Encadrements et opérations

- Encadrements et additions

Considérons deux réels x et *y* tels que :

a < x < *b* et *c* < *y* < *d* alors on a a+c < x+y < b+d.

-Problème de la soustraction

Pour encadrer le résultat d'une soustraction, on commence par la remplacer par une addition

(Soustraire c'est ajouter l'opposé)

-Encadrements et multiplications

Considérons deux nombres réels **positifs** x et *y* tels que :

$0<a<x<b$ et $0<c<y<d$.

Le produit xy est alors encadrée par ac et bd.

On a $ac<xy<bd$.

Il suffit de multiplier les bornes des encadrements de x et *y* pour obtenir un encadrement de xy.

Remarque : *Pour encadrer le résultat d'une division, on commencera par la remplacer par une multiplication (diviser c'est multiplier par l'inverse).*

Applications1 : $x\in[1;3]$ **et** $y\in[2;4]$

1)Trouver un encadrement de : x^2 et y^2 et $2x$ et $3y$ et $-x$ et $-y$ et $\frac{1}{x}$ et $\frac{1}{y}$ et $\frac{x}{y}$

2)Trouver un encadrement de : $A=x^2+y^2+2x-3y$ et $B=\frac{2x-1}{x+1}$ et trouver les amplitudes des encadrements

Applications2 :

1) Vérifier que $14^2<200<15^2$ et en déduire que ; $1,4<\sqrt{2}<1,5$

2) Trouver un encadrement de : $\sqrt{5}$

3) en déduire un encadrement de : $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ et $\sqrt{10}$

Applications3 : $x\in[-3;1]$ et $y\in[-6;-2]$

Trouver un encadrement de : 1) $x+y$ 2) $x-y$ 3) x^2 4) y^2 5) $x\times y$ 6) $\frac{x}{y}$

3)Valeur approchée d'un nombre.

Définition :

Soit a et x deux nombres et r un nombre strictement positif. On dit que a est une valeur approchée (ou approximation) du nombre x à r près (ou à la précision r) lorsque $|x-a| \leq r$.

Définition : Soit a et x deux nombres et r un nombre strictement positif. On dit que a est une valeur approchée (ou approximation) du nombre x à r près (ou à la précision r), par défaut, lorsque $a \leq x \leq a+r$. a est une valeur approchée de x à r près, par excès, lorsque : $a-r \leq x \leq a$.

exemples: 1) on a $1,38 < \sqrt{2} < 1,42$ donc

$1,40-0,02 < \sqrt{2} < 1,40+0,02$

$-0,02 < \sqrt{2}-1,40 < 0,02$ donc $|\sqrt{2}-1,40| < 0,02$

donc $1,40$ est une valeur approchée du nombre $\sqrt{2}$ à $0,02$ près

2) on a $1,40 \leq \sqrt{2} < 1,40+0,02$ donc $1,40$ est une valeur approchée par défaut du nombre $\sqrt{2}$ à $0,02$ près

3) on a $1,42-0,02 < \sqrt{2} < 1,42$ donc $1,42$ est une valeur approchée par excès du nombre $\sqrt{2}$ à $0,02$ près

4) Approximation décimale.

Définition : Soit $x \in \mathbb{R}$ et $N \in \mathbb{Z}$ et $p \in \mathbb{N}$

Si $N \times 10^{-p} \leq x \leq (N+1) \times 10^{-p}$ alors :

$N \times 10^{-p}$ s'appelle une approximation décimale du nombre x par défaut à 10^{-p} près

$(N+1) \times 10^{-p}$ s'appelle une approximation décimale du nombre x par excès à 10^{-p} près

Exemple :

: on a $0,333333 < \frac{1}{3} < 0,333334$ donc

$333333 \times 10^{-6} < \frac{1}{3} < (333333+1) \times 10^{-6}$

333333×10^{-6} est une approximation décimale du nombre x par défaut à 10^{-6} près

$(333333+1) \times 10^{-6}$ est une approximation décimale du nombre x par excès à 10^{-6} près

Professeur : Rachid BELEMOU	Exercices	Niveau : TCT-TCS : BIOF
Lycée : Prince Moulay Abdellah	L'ordre dans IR	Année : 2021-2022

Exercice1: comparer $\frac{101}{102} et \frac{100}{101}$

Exercice2: comparer a et b

$a=2+\sqrt{3}$ et $b=2\sqrt{3}$

Exercice3: comparer $2a$ et a^2+1 avec $a\in\mathbb{R}$

Exercice4 : I) comparer les réels suivants :

1) $\frac{8}{11}$ et $\frac{5}{11}$ 2) $\frac{13}{9}$ et $\frac{13}{6}$ 3) $\frac{-15}{7}$ et $\frac{-15}{4}$

4) $\frac{-12}{7}$ et $\frac{15}{4}$ 5) $2\sqrt{5}$ et $5\sqrt{2}$

II **)** soient a et b deux réels tel que : $a\le b$

comparer : 1) $5a$ et $5b$ 2) $-13a$ et $-13b$

III) soient a et b deux réels strictement positifs tel que : $a\le b$

comparer : 1) a^2 et b^2 2) $\sqrt{a}$ et $\sqrt{b}$

3) $\frac{1}{a}$ et $\frac{1}{b}$

IV) soient a et b deux réels négatifs tel que : $a\le b$

comparer : a^2 et b^2

Exercice5: *Soit a* est un réel strictement positif.

1. montrer que : Si $a > 1$, alors $a^3 > a^2 > a$

2. montrer que : si $a < 1$, alors $a^3 < a^2 < a$.

Exercice6: comparer a et b :

$a=\sqrt{6}$ et $b=\sqrt{3}+\sqrt{2}-1$

Exercice7: soit $x\in\mathbb{R}^{*+}$

1)Comparer : $\sqrt{x+1}+\sqrt{x}$ et $\sqrt{x+1}+\sqrt{x+2}$

2)En déduire une comparaison de : $\sqrt{x+1}-\sqrt{x}$ et $\sqrt{x+2}-\sqrt{x+1}$

Exercice8: soit $a\in\mathbb{R}^{*+}$ et $b\in\mathbb{R}^{*+}$

Comparer : $x=\frac{7a+2b}{7a}$ et $y=\frac{8b}{7a+2b}$

Exercice9: calculer les expressions suivantes (éliminer le signe de valeur absolue)

1) $|-3|$ 2) $|3|$ 3) $\left|-\frac{3}{5}\right|$ 4) $|\sqrt{5}-2|$ 5) $|1-\sqrt{3}|$

6) $|\pi-4|$ 7) $|\sqrt{2}-\sqrt{7}|$ 8) $|3-2\sqrt{3}|$

9) $A=|4-2\sqrt{3}|-|5-3\sqrt{3}|+|9-5\sqrt{3}|$

Exercice10 : (*Résolution des équations)*

Résoudre les équations suivantes :

1) $|x-1|=5$ 2) $|2x+1|=|x-3|$ 3) $|x+2|=-1$

Exercice11: 1) calculer $\left(3\sqrt{2}-5\right)^2$

2)comparer : $3\sqrt{2}$ et 5

3)simplifier $\sqrt{43-30\sqrt{2}}$

Exercice12: simplifier si c'est possible

1) [2 ; 5] ∩ [4 ; 6] 2) [2 ; 5] ∪ [4 ; 6]

3)]-∞ ; 2] ∩ [-1 ; +∞[4)]-∞ ; 2] ∪ [-1 ; +∞[

Exercice13: calculer $I\cap J$ et $I\cup J$ dans les cas suivants :

$J=[-1,+\infty[$ et $I=]-3,7]$

$J=[4;10]$ et $I=]-\infty,5[$

$I=[0,10[$ et $J=[-5;-1]$

$I=\left[\frac{-2}{3},2\right]$ et $J=\left]-1,\frac{3}{2}\right[$

Exercice14: représenter chaque inégalité ou encadrement par l'intervalle qui convient ; 1) $x\ge -3$ 2) $x<5$

3) $1\le 2x\le 4$ 4) $0<6x-2\le 10$ 5) $-8\le 2-2x\le 6$

Exercice15: résoudre les systèmes suivants :

1) $\begin{cases} x\ge -3 \\ x\succ 2 \end{cases}$ 2) $\begin{cases} x\succ 5 \\ x\le 4 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} x\succ 7 \\ x\ge 0 \end{cases}$ 3) $\begin{cases} -3\le x\le 0 \\ -7\prec x\prec 10 \end{cases}$

Exercice16: on considéré l'intervalle $I=[-3;4]$

Trouver le milieu et l'amplitude et le rayon de intervalle I

Exercice17 : (*Résolution des inéquations)*

Résoudre les inéquations suivantes : $|2x+1|\prec 6$

1) $|x-1|\le 2$ 2) $|x+2|\ge 3$ 3) $|2x+1|\prec 6$

Exercice18: Soit x et y deux réels tq : $x\ge\frac{1}{2}$ et $y\le 1$ et $x-y=3$

1) Calculer : $E=\sqrt{(2x-1)^2}+\sqrt{(2y-2)^2}$

2) Montrer que : $\frac{1}{2}\le x\le 4$ et $-\frac{5}{2}\le y\le 1$

3) Calculer : $F=|x+y-5|+|x+y+2|$

Exercice19: sachant que : $\left(\sqrt{3}\simeq 1.732050808...\right)$

donner un encadrement du réel $\sqrt{3}$ à 10^{-2} près

Et préciser la valeur par défaut et par excès

Exercice20 : x est un réel tel que $-1 < x < 2$. On pose $B = -2x - 3$.

Trouver un encadrement de B et trouer son amplitude

Exercice21 : $x\in[1;3]$ **et** $y\in[2;4]$

1)Trouver un encadrement de : x^2 et y^2 et $2x$ et $3y$

et $-x$ et $-y$ et $\frac{1}{x}$ et $\frac{1}{y}$ et $\frac{x}{y}$

2)Trouver un encadrement de : $A=x^2+y^2+2x-3y$ et $B=\frac{2x-1}{x+1}$ et trouver les amplitudes des encadrements

Exercice22 : 1) Vérifier que $14^2<200<15^2$ et en déduire que ; $1,4<\sqrt{2}<1,5$

2) Trouver un encadrement de : $\sqrt{5}$

3) en déduire un encadrement de : $\sqrt{2}+\sqrt{5}$ et $\sqrt{10}$

Exercice23 : $x\in[-3;1]$ et $y\in[-6;-2]$

Trouver un encadrement de : 1) $x+y$ 2) $x-y$ 3) x^2

4) y^2 5) $x\times y$ 6) $\frac{x}{y}$

Exercice24 : sachant que : $1,38<\sqrt{2}<1,42$

montrer que : $|\sqrt{2}-1,40|<0,02$

Que peut-on déduire ?

Exercice25: sachant que : $2,645\le\sqrt{7}\le 2,646$

a)Que représente $2,645$ pour $\sqrt{7}$?

a)Que représente $2,646$. pour $\sqrt{7}$?

Exercice26:soit $x\in\mathbb{R}^+$

Comparer $2\sqrt{x}-1$ et x

Exercice27 : soit $n\in\mathbb{N}$

On pose : $a=\sqrt{4n^2+1}$ et $b=2n+1$

Comparer a et b

Exercice28 : soient x et y deux réels tels que :

$x<y<3$

1)Montrer que : $x+y-6\prec 0$

2) Comparer $a=x^2-6x+1$ et $b=y^2-6y+1$

Exercice29:on pose $B=\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

1)donner le signe de : B

2) Calculer B^2

3) donner une écriture simplifié de B

Exercice30:on pose : $a=\frac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ et $b=\frac{4+\sqrt{2}}{7}$

1)montrer que : $b-a=\frac{8-5\sqrt{2}}{14}$

2)comparer a et b

Exercice31 : a un nombre réel

Comparer : $4a-1$ **et** $4a^2$

Solution :on a $4a^2-(4a-1)=4a^2-4a+1=(2a-1)^2\ge 0$

Donc : $4a^2\ge 4a-1$

Exercice32:

soit x un élément de l'intervalle $]-1,+\infty[$

comparer : 12 **et** $-5x+1$ on utilisant les propriétés de l'ordre

Exercice33:1)montrer que : $\sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}}+\sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}}=\sqrt{6+\sqrt{5}}$

2)montrer que : $\sqrt{9-\sqrt{79}}+\sqrt{9+\sqrt{79}}=\sqrt{18+\sqrt{8}}$

Exercice34:soit $a\ge 1$ on pose : $A=\sqrt{1+\frac{1}{a}}$

1)montrer que : $a(A+1)(A-1)=1$

2)a)montrer que : $2\le A+1\le 3$

b)en déduire que : $1+\frac{1}{3a}\le A\le 1+\frac{1}{2a}$

3)montrer que : $1,1$ est une valeur approchée de $\sqrt{1,2}$ a $\frac{1}{30}$ prés