Professeur : Rachid BELEMOU Lycée : Prince Moulay Abdellah	**Devoir Libre 6**	Niveau : TCS-TCT-Fr Année : 2023-2024

- ✓ **Les Transformations du plan**
- ✓ **PRODUIT SCALAIRE**
- ✓ **Géométrie dans l'espace**

Exercice01 : $ABCD$ Un losange de centre O et I le milieu du segment $[AB]$ et J le milieu Du segment $[AD]$

1) Faite une figure 2) Déterminer $S_O(A)$ et $S_O(B)$ et $S_O(O)$ et $S_O((AB))$

3) Déterminer $S_{(AC)}(B)$ et $S_{(AC)}(A)$ et $S_{(AC)}(O)$ et $S_{(AC)}([AB])$ et $S_{(AC)}(I)$ et $S_{(AC)}((OI))$

4) Déterminer $t_{\overrightarrow{BC}}(A)$ et $t_{\overrightarrow{IJ}}(B)$ et $t_{\overrightarrow{IJ}}([OB])$

Exercice02 : Soit $ABCD$ un trapèze tel que : $D\vec{C}=2\overrightarrow{AB}$

Soit I le milieu du segment $[CD]$ et J un point tel que : $ACJD$ est un parallélogramme

On considère la translation $t_{\overrightarrow{AD}}$ de vecteur $\overrightarrow{AD}$

1) Déterminer les images des points A et C par la translation $t_{\overrightarrow{AD}}$

2) Montrer que : $t_{\overrightarrow{AD}}(B)=I$

3) En déduire que : $(IJ)\|(BC)$

Exercice03 : *On* considère deux points A et B et une homothétie h qui transforme A en A' et laisse invariant le point B de sorte que : $\overrightarrow{A'A}+4\overrightarrow{AB}=\vec{0}$

Trouver le rapport k de cette homothétie

Exercice04 : *Soit* un point fixe A du plan et soit h une transformation du plan qui transforme chaque point M en M' tel que : $3\overrightarrow{MM'}+2\overrightarrow{AM}=\vec{0}$

Montrer que : h est une homothétie et Trouver le centre et le rapport k de cette homothétie

Exercice05 : Soit ABC un triangle et soient les points M et N tels que :

$\overrightarrow{AM}=-\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}$ et $5\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{CN}=\vec{0}$; On considère l'homothétie h de centre A et de rapport $k=-\frac{1}{4}$

1) Montrer que : $h(B)=M$ et $h(C)=N$

2) Faite une figure

3) Montrer que : $BC=4MN$

4) Montrer que : $(MN)\|(BC)$

Exercice06 : Soit ABC un triangle tel que : $AB=3$; $AC=4$ et $BAC=\frac{2\pi}{3}$

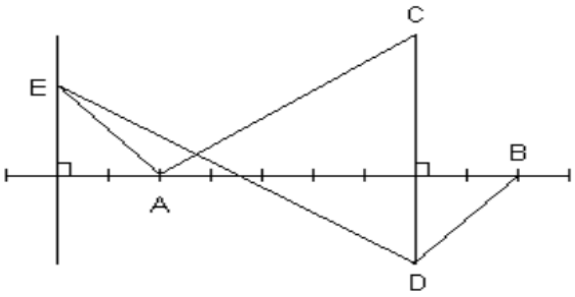
Calculer : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$

Exercice07 : Soit $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs tels que : $\|\vec{u}\|=3$ et $\|\vec{v}\|=2$ et $\vec{u}.\vec{v}=-\frac{3}{2}$

Calculer :1) $A=(\vec{u}+\vec{v}).(2\vec{u}-3\vec{v})$ 2) $B=(\vec{u}-\vec{v}).(\vec{u}+\vec{v})$ 3) $C=(\vec{u}-\vec{v})^2$ et $D=(3\vec{u}+2\vec{v})^2$

4) $E=\|\vec{u}+\vec{v}\|$ et $F=\|\vec{u}-\vec{v}\|$

Exercice08 : Dans la configuration ci-contre
On a : AB=7
Déterminer, par lecture graphique, les produits scalaires suivants :
1) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ 2) $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{DB}$ 3) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AE}$ 4) $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{DE}$



Exercice09 : Soit CFG un triangle tels que : $CF=7$ et $CG=6$ et $FG=3$
En appliquant la propriété suivante :
Si $\vec{u}$ et $\vec{v}$ deux vecteurs alors on a : $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}\|^2+\|\vec{v}\|^2-\|\vec{u}-\vec{v}\|^2\right)$ et $\vec{u}.\vec{v}=\frac{1}{2}\left(\|\vec{u}+\vec{v}\|^2-\|\vec{u}\|^2-\|\vec{v}\|^2\right)$

Calculer : $\overrightarrow{CG}.\overrightarrow{CF}$

Exercice10 : ABCD est un carré de côté 2cm.

Les points M et N sont définis par : $\overrightarrow{CM}=\frac{5}{4}\overrightarrow{CD}$ et $\overrightarrow{BN}=\frac{4}{5}\overrightarrow{BC}$

1) Ecrire $\overrightarrow{AN}$ et $\overrightarrow{BM}$ en en fonction des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD}$,
2) a) Calculer $\overrightarrow{AN}\cdot\overrightarrow{BM}$
b) Que peut-on dire pour les droites (AN) et (BM) ?

Exercice11 : Soit ABC un triangle tel que : $AB=1$
Et $AC=\sqrt{2}$ et $CB=2$ et D un point tel que : $\overrightarrow{DB}+2\overrightarrow{DC}=\vec{0}$
1) Montrer que : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=-\frac{1}{2}$ et en déduire : $\cos A$
2) Ecrire $\overrightarrow{AD}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
3) Calculer $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AB}$ et en déduire la nature du triangle ABD
4) Calculer : AD
5) Soit I le milieu du segment $[BC]$ et J le milieu du segment $[AC]$
Calculer : AI et BJ

Exercice12 : Soit $ABCDEFGH$ un cube de l'espace et soient I ; J et K et L les milieux respectifs des Segments : $[AB]$; $[EF]$; $[GH]$; $[GH]$ et $[BC]$
1) Montrer que :les points B ; C ; K et J sont coplanaires
2) Montrer que :les points I ; B ; K et H sont coplanaires
3) Est ce que les points I ; L ; E et B sont coplanaires ? Justifier
4)Montrer que : $(IH)\|(KB)$
5) En déduire que : $(IH)\|(JKC)$