Professeur : Rachid BELEMOU Lycée : Prince Moulay Abdellah	**Devoir Libre 5**	Niveau : TCS-TCT-Fr Année : 2023-2024

FONCTIONS - *Généralités*

Exercice01 : Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $f(x)=-x^2+2x+2$

1) Calculer les images de $\frac{-1}{2}$ et $\sqrt{3}$ par f.

2) Montrer que : $1+\sqrt{2}$ est un antécédent de 1 par f

3) Déterminer les antécédents éventuels de 0 par f

4) Donner une interprétation géométrique du résultat de la question 3)

Exercice02 : Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x)=\frac{x^2+1}{5x^2-4x}$ 2) $f(x)=\frac{\left|-5x^2+2\right|}{2x^2-x-6}$ 3) $f(x)=\frac{2x^5-2023}{x^2+3x+10}$

4) $f(x)=\frac{6x-5}{x^4-2x^2+1}$ 5) $f(x)=\frac{-\sqrt{x-1}+1}{|7x-10|-|6+3x|}$ 6) $f(x)=\frac{\sqrt{x}}{6|x+5|+2}$

7) $f(x)=\frac{x+2}{\sqrt{2x^2-3x+1}}$ 8) $f(x)=\frac{\left|x^2-6\right|}{\sqrt{-2x^2+4x-2}}$ 9) $f(x)=\sqrt{\frac{-3x^2+x+5}{2x^2+x-5}}$

10) $f(x)=\sqrt{2|x-9|-1}$ 11) $f(x)=2\sin^2 x+3\cos x-1$ 12) $f(x)=\sqrt{2x-1}+\sqrt{3-5x}$.

13) $f(x)=\frac{|x-4|-|x-1|}{x^2+2|x|-3}$ 14) $f(x)=\frac{2\sin x}{2\cos x-1}$

Exercice03 : Soit f la fonction numérique tel que : $\begin{cases} f(x)=\frac{x-1}{x+2} & si \quad x\le 0 \\ f(x)=\frac{x^2}{(x+1)(4-x)} & si \quad x>0 \end{cases}$

1) Déterminer D_f

2) Calculer : $f(2)$; $f(0)$; $f(-1)$

Exercice04 : Soient les deux fonctions : $h(x)=\frac{x^2-x}{x}$ et $t(x)=x-1$

Est-ce que : $h=t$? Justifier

Exercice05 : Soit g une fonction numérique tel que : $g(x)=-4x^2+1$

Montrer que $g(0)=1$ est un maximum de g sur $\mathbb{R}$

Exercice06 : Soit f une fonction tel que : $f(x)=\frac{3x^2-1}{x^2+2}$

1) Déterminer D_f

2) Etudier la parité de la fonction f

3) Donner une interprétation graphique de ce résultat

4) Montrer que : pour tout $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=3-\frac{7}{x^2+2}$

5) a) Etudier la monotonie de f sur l'intervalles $[0;+\infty[$

b) En déduire les variations de f sur $]-\infty;0]$

6) Dresser le tableau de variation de f

7) Déterminer les extrémums de f

Exercice07 : Soit g une fonction numérique tel que : $g(x)=-x^2+4x-1$

1)Préciser le domaine de définition de g

2)Calculer le taux d'accroissement de fonction de f entre x_1 et x_2 tel que : $x_1 \neq x_2$

3)Etudier la monotonie de g sur : $I=[2;+\infty[$ et sur $J=]-\infty;2]$

4)Dresser le tableau de variation de g

5)En déduire les extrémums de g sur $\mathbb{R}$

6)Trouver les points d'intersection de la courbe (C_f) avec les axes du repère

7)Soit f la fonction définie sur R par : $f(x)=x-1$

Tracer Les courbes représentatives de (C_f) et (C_g) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

8)Résoudre graphiquement et algébriquement l'équation : $f(x)=g(x)$

9) Résoudre graphiquement et algébriquement l'inéquation ; $g(x)>f(x)$

10) Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $x^2-4x+m+1=0$ avec : $m\in\mathbb{R}$

Exercice08 : Soit f une fonction tel que : $f(x)=\dfrac{x-2}{x-1}$

Et soit (C_f) sa courbe représentative dans un repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) a) Montrer que : $f(x)=1-\dfrac{1}{x-1}$ pour tout $x\in D_f$

b) Montrer que (C_f) est une hyperbole et déterminer ces éléments caractéristiques et le tableau de variations de f

c) Tracer la courbe (C_f)

2) Résoudre graphiquement l'inéquation : $f(x)>0$

3) Soit g une fonction tel que : $g(x)=x^2-2x+3$

a) Montrer que la courbe (C_g) c'est une parabole et déterminer ces éléments caractéristiques et le tableau de variations de g

b) Tracer la courbe (C_g) dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$

c) Résoudre graphiquement l'inéquation : $\dfrac{g(x)}{f(x)}>0$

(μ La solution de l'équation : $g(x)=f(x)$ n'est pas demandé de la déterminer)