Professeur : Rachid BELEMOU Lycée : Prince Moulay Abdellah	**Devoir Libre 4**	Niveau : TCS-TCT-Fr Année : 2023-2024

- ✓ **TRIGONOMÉTRIE partie1**
- ✓ **TRIGONOMÉTRIE partie2 : Equations et inéquations trigonométriques**

Exercice01 : 1) Donner la mesure en radians de l'angle de mesure 30°.

2) Donner la mesure en degrés de l'angle de mesure $\frac{3\pi}{8}$ rad.

3) Donner la mesure en radians de l'angle de mesure 135°.

4) Donner la mesure en degrés de l'angle de mesure 1 rad

5) Convertir en radians les mesures suivantes : 0° ; 30° ; 45° ; 60° ; 90° ; 180°; 360°

Exercice02 : 1) Déterminer l'abscisse curviligne principale de chacune des abscisses suivantes :

7π , $\frac{110\pi}{3}$, $\frac{19\pi}{4}$, $-\frac{131\pi}{3}$, $-\frac{217\pi}{6}$

2) Placer sur le cercle trigonométrique les points : $A(0)$; $B\left(\frac{\pi}{2}\right)$; $C\left(\frac{\pi}{4}\right)$; $D\left(\frac{\pi}{3}\right)$; $E\left(\frac{\pi}{6}\right)$; $G\left(\frac{\pi}{2}\right)$;

$H\left(-\frac{\pi}{4}\right)$; $F\left(-\frac{5\pi}{6}\right)$; $I\left(\frac{2007\pi}{4}\right)$; $N\left(\frac{3\pi}{2}\right)$

Exercice03 : Soit sur un cercle trigonométrique un point A d'abscisse curviligne principale $\alpha = \frac{\pi}{4}$ et ce point tourne sur ce cercle.

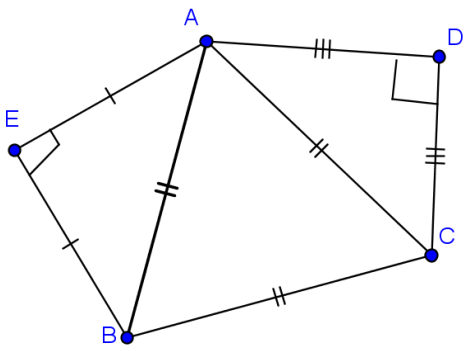
Quel est le nombre de tours effectués par ce point si $x = \frac{65\pi}{4}$ est son abscisse curviligne.

Exercice04 : Placer sur un cercle trigonométrique d'origine I

Les points d'abscisses curvilignes : $\frac{\pi}{3} + \frac{k\pi}{2}$ avec $k \in \mathbb{Z}$

Exercice05 : D'après la figure suivante donner la mesure principale des angles orientés suivant :

$\left(\overrightarrow{AB}\,;\overrightarrow{AC}\right)$; $\left(\overrightarrow{AE}\,;\overrightarrow{AD}\right)$;$\left(\overrightarrow{BC}\,;\overrightarrow{BE}\right)$; $\left(\overrightarrow{CB}\,;\overrightarrow{CD}\right)$; $\left(\overrightarrow{EB}\,;\overrightarrow{EA}\right)$ et $\left(\overrightarrow{DC}\,;\overrightarrow{DA}\right)$



Exercice06 : Sachant que. $\left(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v}\right) \equiv -\frac{\pi}{7}[2\pi]$ et $\left(\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{w}\right) \equiv -\frac{\pi}{4}[2\pi]$

Déterminer la mesure principale de : $\left(\overrightarrow{v}\,;\overrightarrow{w}\right)$; $\left(-\overrightarrow{u}\,;\overrightarrow{v}\right)$ et $\left(-\overrightarrow{w}\,;\overrightarrow{v}\right)$

Exercice07 : Soit $-\pi < x < \pi$; calculer : $A = \sin\left(\frac{6\pi - x}{6}\right) + \sin\left(\frac{12\pi + 2x}{12}\right)$; $B = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)$

$C = \cos\left(\frac{14\pi}{3}\right) + \sin\left(\frac{23\pi}{6}\right) - 2\sin\left(\frac{9\pi}{2}\right)$

$D = \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) \times \sin\left(\frac{4\pi}{3}\right) \times \cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) \times \sin\left(\frac{5\pi}{4}\right)$; $E = \tan\left(\frac{2\pi}{3}\right) \times \tan\left(\frac{5\pi}{4}\right) \times \tan\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

$\cos\frac{10\pi}{3}$; $\sin\frac{53\pi}{6}$; $\cos\frac{34\pi}{3}$; $\cos\frac{13\pi}{6}$; $\tan\frac{37\pi}{4}$

Exercice08 : Calculer en fonction de : $\sin x$ et $\cos x$ les expressions suivantes :

$A(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \cos(3\pi - x) + \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right)$; $B(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) + \sin\left(-\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin\left(x - \frac{3\pi}{2}\right)$

$C(x) = \cos\left(\frac{5\pi}{2} - x\right) - 2\sin(\pi - x) + 4\sin(\pi + x)$

Exercice09 : Montrer que : $1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x}$ si : $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi$

Exercice10 : On a : $\tan(x) = \frac{1}{3}$ et $\frac{\pi}{2} < x < \pi$

Calculer : 1) $\cos x$ 2) $\sin x$

Exercice11 : 1) Sachant que : $\cos\left(\frac{9\pi}{5}\right) = \frac{\sqrt{5}+1}{4}$, calculer la valeur de $\sin\left(\frac{9\pi}{5}\right)$

2) En déduire $\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{5}\right)$

Exercice12 : Soit l'expression suivante : $A(x) = \sin^2\left(\frac{\pi}{2} - x\right) - \cos(-x + 6\pi) + \cos(3\pi + x) + \sin\left(x - \frac{7\pi}{2}\right)$

1) Montrer que : $A(x) = \cos^2 x - \cos x$

2) Calculer $A\left(\frac{3\pi}{4}\right)$ et $A\left(-\frac{10\pi}{3}\right)$

3)a) Calculer en fonction de $\sin x$ le nombre : $A = \frac{\cos\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)\cos(4\pi - x)}{\tan\left(\frac{3\pi}{2} - x\right)}$.

b) En déduire la valeur de A si $\tan x = 3$

Exercice13 : Simplifier les expressions suivantes :

$A = \cos\left(\frac{\pi}{5}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{4\pi}{5}\right) - 2\sin\left(\frac{4\pi}{5}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{10}\right)$

$B = \cos^2\frac{\pi}{8} + \cos^2\frac{3\pi}{8} + \cos^2\frac{7\pi}{8} + \cos^2\frac{5\pi}{8}$

$C = \sin^2\left(\frac{\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{3\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{5\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{7\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{9\pi}{12}\right) + \sin^2\left(\frac{11\pi}{12}\right)$

Exercice14 : Simplifier les expressions suivantes : $x \in \mathbb{R}$

$A = (\cos x + \sin x)^2 + (\cos x - \sin x)^2$; $B = \cos^4 x - \sin^4 x + \sin^2 x - \cos^2 x$

$C = \sin^4 x - \cos^4 x + 2\cos^2 x$

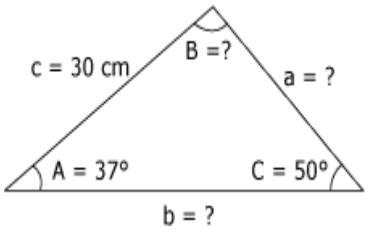
$D = \sin^6 x + \cos^6 x + \cos^4 x + \sin^4 x + 5\cos^2 x \sin^2 x$

Exercice15 : Ecrire seulement en fonction de $\tan x$ les expressions suivantes :

1) $A=\dfrac{\sin^3 x-\cos^3 x}{\sin x+\cos x}$ 2) $B=\dfrac{\sin^2 x+3\sin x\cos x}{\sin^2 x-\cos^2 x}$ 3) $C=\cos^2 x-\sin x\cos x$

Exercice16 : A partir du triangle de la figure suivante, trouvez :

a) la valeur du côté a b) la mesure de l'angle B ;
c) la valeur du côté b.



Exercice17 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivantes : $\sin x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

2) En déduire les solutions dans $]-\pi,\pi]$ de l'équation $\sin x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice18 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivantes : $\cos x=\dfrac{1}{2}$

2) En déduire les solutions dans $]-\pi,\pi]$ de l'équation : $\cos x=\dfrac{1}{2}$

Exercice19 : **1)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante $\tan x=1$
2) Résoudre dans $]-\pi\,;\pi]$ l'équation suivante : $\tan x=1$

Exercice20 : **1)** Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante $4\tan x+4=0$
2) Résoudre dans $[-\pi,\pi[$ l'équation suivante : $2\cos 2x+\sqrt{3}=0$
3) Résoudre dans $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{5\pi}{2}\right]$ l'équation suivante : $2\sqrt{2}\sin x+2=0$

Exercice21 : Résoudre dans $\left]-\dfrac{\pi}{2},\dfrac{\pi}{2}\right[$ de l'équation : $\tan x=-\tan\dfrac{\pi}{12}$

Exercice22 : 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivantes : (E) : $2\cos^2 x-3\sqrt{3}\cos x+3=0$

2) En déduire les solutions de l'équation (E) dans $[0\,;\pi]$

Exercice23 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation suivante $\sin^2 x=1$

Exercice24 : Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1) $\cos\left(2x+\dfrac{\pi}{3}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ **2)** $\sin(2x)=\cos(3x)$ **3)** $\tan\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)=-\sqrt{3}$

Exercice25 : A l'aide d'un cercle trigonométrique seulement, donner toutes les valeurs possibles de x vérifiant les conditions données.

1) $\cos x=\frac{1}{2}$ et $\sin x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ avec : $x\in]-\pi,\pi]$ 2) $\cos x=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ et $\sin x=-\dfrac{1}{2}$ avec : $x\in[-\pi,3\pi]$

Exercice26 : Résoudre dans $[0\,;2\pi[$ l'inéquation suivante : $\sin x\geq\dfrac{1}{2}$

Exercice27 : (**) Résoudre dans $[0;2\pi]$ l'inéquation suivante : $\cos x<\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Exercice28 : Résoudre dans $]-\pi,\pi]$ les inéquations suivantes : 1) $\cos x\leq 0$ 2) $\sin x\geq 0$

Exercice29 : Résoudre dans $[0\,;2\pi]$ l'inéquation suivante : $\tan x-1\geq 0$

Exercice30 : Résoudre dans $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ l'inéquation suivante : $\sin 2x\geq\dfrac{1}{2}$

Exercice31 : Résoudre dans $[0\,;2\pi]$ l'inéquation suivante : (I) : $(2\sin x-1)\left(\sqrt{3}\tan x+1\right)>0$