Professeur : Rachid BELEMOU Lycée : Prince Moulay Abdellah	**Devoir Libre 2**	Niveau : TCS-TCT-Fr Année : 2023-2024

- **L'ensemble des nombres réels et sous-ensembles**
- **L'ordre dans $\mathbb{R}$**
- **La droite dans le plan**

Exercice01 : Soit $E=\dfrac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}}+\dfrac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}}$ Montrer que : E est nombre entier relatif

Exercice02 : $x\in\mathbb{R}$ Développer et calculer et simplifier : $A=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{3}-\sqrt{2}\right)^2$

$B=\left[\left(\sqrt{7}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{5}\right)\right]^2$ $C=\left(\sqrt{3}-1\right)^3$ $D=\left(2\sqrt{2}-3\right)^3$ $E=(x+3)\left(x^2-3x+9\right)$

$F=(202320232025)^2-202320232024\times202320232026$ (Lorsque la calculatrice tombe en panne)

$G=\left(5x+\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(5x+\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)$

Exercice03 : Factoriser les expressions suivantes : $x\in\mathbb{R}$; $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$

$A=16x^2-8x+1$; $B=16-25x^2$; $C=1-(1-3x)^2$; $D=(2x-1)^3-8$; $E=27+x^3$; $F=x^{12}-2x^6+1$

$G=x^5+x^3-x^2-1$ $H=x^3+1+2\left(x^2-1\right)-(x+1)$; $M=x^4-49$; $N=a^2+b^2-x^2+2ab$

$L=4x^2-4x\sqrt{5}+5+(1-2x)\left(2x-\sqrt{5}\right)$; $K=(x-2)(3x-4)+x^3-8$; $R=x^2-6x+8$

$S=ax+ay-bx-by$; $U=a^2-a-x^2+x$; $V=a^4+b^4-x^4-2a^2b^2+4abx^2$

Exercice04 : On pose : $B=\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

1) Déterminer le signe de B

2) Calculer B^2.

3) En déduire une écriture simple de B.

Exercice05 : On pose : $a=\sqrt{19+6\sqrt{10}}$ et $b=\sqrt{19-6\sqrt{10}}$

1) Montrer que : $a\times b=1$

2) On pose : $u=a+b$ et $v=a-b$ Calculer : u^2 et v^2

3) En déduire une écriture simple de u et v

4) En déduire une écriture simple de a et b

Exercice06 : Comparer a et b dans les cas suivants :1

1) $b=\sqrt{5}+\sqrt{2}-1$ et $a=\sqrt{10}$

2) $b=70+\sqrt{2}$ et $a=10\sqrt{51}$

3) $a=\dfrac{1+\sqrt{2}}{2+\sqrt{2}}$ et $b=\dfrac{4+\sqrt{2}}{7}$

Exercice07 : Soient : $1\le x\le3$ et $\frac{1}{2}\le y\le1$. On pose : $E=x^2-y^2+2x+2y$

1) Trouver un encadrement de E : et déterminer son amplitude.

2) Vérifier que : $E=(x+y)(x-y+2)$ et en déduire un autre encadrement de et comparer les E amplitudes des deux encadrements.

3) En déduire que : $4\le E\le9$.

Exercice08 : 1) Soient x et y deux réels tels que : $x \in [-2;5]$ et $y \in [-3;-1]$

Simplifier : $A = 2|2x+7| - |3y| + 2|y+8| - |2y-x|$

2) Simplifier les nombres : $B = \sqrt{\left(5\sqrt{7} - 59\sqrt{3}\right)^2}$; $C = \left|3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}\right|$; $D = \left|-5\sqrt{13} - 13\sqrt{5}\right|$ et $E = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$

3) Soient a et b deux réels tels que : $a \in \mathbb{R}^-$ et $b \in \left[0; \frac{1}{3}\right]$

Simplifier : $F = \sqrt{(3b-1)^2}$; $G = \sqrt{(a-5)^2}$

4) Résoudre les équations : a) $|5x+2| = 8$ b) $|-2x+1| = -1$ c) $|2x+1| = |3x-4|$

5) Résoudre les inéquations : a) $|2x-3| \leq 1$ b) $|6x+11| \geq \frac{1}{6}$ c) $2 \leq |10x+2| \leq 5$

Exercice09 : Soit : $x \in \mathbb{R}$; on pose : $A = \frac{1}{\sqrt{x^2+4}}$

1) Montrer que : $A - \frac{1}{2} = \frac{-x^2}{2\left(2\sqrt{x^2+4} + x^2 + 4\right)}$

2) En déduire que : $\left|A - \frac{1}{2}\right| \leq \frac{1}{16}x^2$.

3) Trouver une valeur approchée du nombre $\frac{1}{\sqrt{4,16}}$ d'amplitude 10^{-2}

Exercice10 : Dans le plan est rapporté au Repère orthonormé $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ on considère les points Suivants : $A(-1;2)$; $B(5;-2)$; $C(6;3)$ et $E(-2;-3)$

1) Soit (Δ) la droite passant par A et de vecteur directeur $\vec{u}(3;-2)$

a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ)

b) Déterminer une représentation paramétrique de la droite (Δ)

c) Montrer que : $B \in (\Delta)$

d) Déterminer les coordonnées du point F d'intersection de la droite (Δ) et l'axe des ordonnées.

e) Déterminer les coordonnées du point G d'intersection de la droite (Δ) et l'axe des abscisses.

2) Soit (D) la droite définie par la représentation paramétrique suivante : $(D)\begin{cases} x = 8t - 2 \\ y = 6t - 3 \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$

a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D)

b) Montrer que les droites (D) et (Δ) sont sécantes, puis déterminer leurs points d'intersection.

3) Déterminer une équation cartésienne de la droite (D') parallèles a (D) passant par $C(6;3)$