Professeur : Rachid BELEMOU Lycée : Prince Moulay Abdellah	**Devoir Libre 1**	Niveau : TCS-TCT-Fr Année : 2023-2024

- ✓ **Notion d'arithmétique et l'Ensemble des nombres entiers**
- ✓ **Les vecteurs**
- ✓ **La projection**

Exercice01 : Décomposer en produit de facteurs premiers le nombre 1344 et en déduire le nombre de diviseurs de 1344

Exercice02 : 1) Montrer que la somme de trois entiers naturels consécutifs est un multiple de 3

2) Montrer que la somme de deux entiers naturels impair consécutifs est un multiple de 4

Exercice03 : Soient : $n \in \mathbb{N}^*$ et $m \in \mathbb{N}$ tel que : $n-1$ soit un multiple de 3.

Montrer que : n^2-1 est un entier naturel multiple de 3.

Exercice04 : 1) Décomposer les deux nombres 84 et 60 en produit de facteurs premiers.

2) Déduire la forme irréductible de la fraction : $\frac{84}{60}$

3) Simplifier les racines carrées suivant : $A=\sqrt{2100}$ et B = $\sqrt{63}\times\sqrt{105}$

Corrigé :

Exercice05 : Déterminer la parité des nombres suivants : $n \in \mathbb{N}$

1) 375^2+648^2 2) $\left(25^3+24^3\right)^7$ 3) $10n+5$ 4) $n^2+11n+17$ 5) $n^2+7n+20$

6) $(n+1)^2+7n^2$ 7) n^2+5n 8) n^2+8n 9) n^3-n 10) $5n^2+n$ 11) $4n^2+4n+1$

Exercice06 : Soit $n \in \mathbb{N}$

1) Développer : $(n+1)^2-n^2$

2) Déduire que tout nombre impair peut s'écrire par la différence des carrés de deux nombres entiers Consécutifs.

(C'est-à-dire : si *n* impair, il existe deux nombres consécutifs *a*, *b* et $n=b^2-a^2$)

3) Appliquer l'affirmation précédente et écrire les nombres 31 ; 2019 ; 2021 sous forme de deux carrés consécutifs

4) Soit $n \in \mathbb{N}$ montrer que le nombre n^2+n+7 est impair.

5) Appliquer l'affirmation précédente sur le nombre n^2+n+7

Exercice07 : Une société veut fixer des bars pour l'éclairage public sur le périmètre d'une surface rectangulaire de longueur $320\,\text{m}$ et de largeur $240\,\text{m}$

Tel qu'un bar dans chaque coin du rectangle et la distance entre deux bars successifs est constante et un nombre entier

1) Quelle est la plus grande distance qui peut séparer deux bars Successives

2) Quelle est donc le nombre de bars qu'il faut fixer

3) Quelle est les distances supérieures à : $15\,\text{m}$ possible entre deux bars Successives ?

Calculer dans chaque cas possible le nombre de bars qu'il faut fixer

Exercice08 : Soit $n \in \mathbb{N}$

1 Soit $n \in \mathbb{N}$; Montrer que : $\left(n^2+1-n\right)\left(n^2+1+n\right)=n^4+n^2+1$.

2) Montrer que : 10101 est divisible par 111.

3) Montrer que : 10^8+10^4+1 est divisible par 111.

Exercice09 : Soit $n \in \mathbb{N}$; Montrer que : $n\left(n^2+5\right)$ est un multiple de 3

Indication : Etudier les cas : $n=3k$; $n=3k+1$ et $n=3k+2$ avec $k \in \mathbb{N}$

Exercice10 : 1) Sans calculer les nombres suivants sont-ils premiers ?
$A=49\times13+7$; $B=5\times2\times23+2022$; $C=11\times45+44$
2) a) 19^2 est -il premier ? b) 317 est -il premier ?

Exercice11 : Soit $n\in\mathbb{N}$ on pose : $A=5^{n+2}-5^n$; $B=3^{n+3}+3^n$
1) Décomposer A en produit de facteurs premiers puis montrer qu'il est divisible par 6
2) Décomposer B en produit de facteurs premiers puis montrer qu'il est divisible par 14
3) En déduire $A\wedge B$ et $A\vee B$

Exercice12 : 1) Décomposer en produit de facteurs premiers les nombres :
170 ; 68 ; 60 ; 220 ; 340
2) Calculer : *PPCM (68 ; 170); PPCM (220 ; 340)*

Exercice13 : D'un aéroport un avion part tous les 9 jours vers un autre pays et du même aéroport un autre avion part tous les 15 jours vers un autre pays
Si les deux avions partent le même jour pour la 1ere fois après combien de jours ils partiront dans les mêmes jours pour la deuxième fois ?

Exercice14 : 1) Déterminer tous les couples $(x;y)$ de nombres entiers naturels qui vérifient la relation : $x^2-y^2=51\ (1)$

2) Déterminer tous les couples $(a;b)$ de nombres entiers naturels qui vérifient :

Le système suivant : $\begin{cases}a^2-b^2=7344\\ a\wedge b=12\end{cases}(S)$

Exercice15 : Soit ABC est un triangle. Et M un point tel que : $\overrightarrow{CM}=\overrightarrow{AC}+2\overrightarrow{CB}$
1) Faire une figure et construire le point M
2) Démontrer que : Les points A, B et M sont alignés.
3) Construire le point N tel que : $\overrightarrow{AN}=\frac{5}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$
4) Démontrer que : Les droites (BN) et (AC) sont parallèles

Exercice16 : Soit ABCD un parallélogramme et E et F sont deux points tels que :
$\overrightarrow{DE}=\frac{5}{2}\overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{DF}=\frac{5}{3}\overrightarrow{DC}$
1) Faire une figure et Montrer que : $\overrightarrow{BE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{AB}$ et que : $\overrightarrow{BF}=\frac{2}{3}\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{BC}$
2) a) Exprimer le vecteur $\overrightarrow{BE}$ et $\overrightarrow{BF}$ en fonction de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$
b) Vérifier que : $2\overrightarrow{BE}+3\overrightarrow{BF}=\vec{0}$ et en déduire que : Les points E, F et B sont alignés

Exercice17 : Soit ABCD un parallélogramme de centre O et I et J sont les milieux respectivement des segments $[AB]$ et $[CD]$
1) Montrer que : $\overrightarrow{OJ}=\frac{1}{2}\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{OI}=\frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$
2) En déduire que O est le milieu du segment $[IJ]$

Exercice18 : Soient ABC un triangle et D un point définie par : $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$
1) Faire une figure
2) La droite parallèle à (BC) passant par D coupe (AC) en E
a) Déterminer DE en fonction BC
b) Montrer que : $\overrightarrow{DE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ et que $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.