

Exercice 1 (9 pts)

Soient f la fonction définie par : $f(x) = x + 1 + \frac{1}{x+1}$ et C_f sa courbe représentatives dans d'un repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$

- | | |
|--|------|
| 1) a) Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f . | 0.5 |
| b) Calculer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ | 1 |
| c) Calculer : $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x)$ En déduire les asymptotes à (C_f) . | 1.5 |
| 2) a) Montrer que $\forall x \in D_f : f'(x) = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$ | 0.75 |
| b) Étudier les variations de la fonction f et dresser le tableau de variations de f . | 1.5 |
| 3) Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point $(0; f(0))$ | 0.75 |
| 4) Montrer que le point $A(-1; 0)$ est un centre de symétrie de la courbe (C_f) . | 0.75 |
| 5) Montrer que la droite d'équation $y = x + 1$ est une asymptote oblique à la courbe (C_f) au voisinage de $+\infty$ et $-\infty$. | 0.75 |
| 6) Construire la courbe (C_f) dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$. | 1.5 |

Exercice 2 (11 pts)

Soit f la fonction définie par :

$$f(x) = 1 + \frac{2x}{-x^2 - x + 2}$$

- | | |
|--|------|
| (1) Déterminer D_f l'ensemble de définition de la fonction f . | 0.75 |
| (2) a) Calculer les limites de f aux bornes de D_f . | 3 |
| b) En déduire les asymptotes à (C_f) la courbe représentative de f . | 1.5 |
| (3) Déterminer $f'(x)$ pour tout x de D_f | 1 |
| (4) Étudier les variations de la fonction f et dresser le tableau de variations de f . | 1.25 |
| (5) a) Déterminer $f''(x)$ pour tout x de D_f | 1.5 |
| b) Étudier la concavité de (C_f) . | 1.25 |
| c) En déduire que (C_f) admet $I(0; 1)$ comme point d'inflexion. | 0.75 |