

Exercice 1 (..... pts)

On pose pour tout $x \in \mathbb{R}$. $A(x) = \sqrt{2} \sin(2x) + 2 \sin(x) - \sqrt{2}(2 \cos(x) + 1)$

- 1) Montrer que : $A(x) = (2 \cos(x) + 1)(2 \sin(x) - \sqrt{2})$.
- 2) En déduire les solutions de l'équation : $A(x) = 0$ sur $[0; 2\pi[$
- 3) Résoudre sur $[0; 2\pi[$ l'inéquation : $A(x) \geq 0$.

Exercice 2 (..... pts)

Soit k un réel . et soit f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = -x^2 + x + 1 & ; x \leq 0 \\ f(x) = \frac{\sin(kx)}{\sqrt{1 - \cos(x)}} & ; x > 0 \end{cases}$$

- (1) Calculer : $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$.
- (2) Calculer en fonction de k : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$.
- (3) Déterminer la valeur de k pour que la fonction f admette une limite en 0. ?

Exercice 3 (..... pts)

Déterminer les limites suivantes :

- (1). $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 5x + 3}{x^2 + 2x - 3}$; (2). $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^7 - 5x^2 - 3}{-x^3 + x^2 - 1}$; (3). $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + x} + x$
- (4). $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2 + 1} - 1}{x}$; (5). $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 2x} - \sqrt{3}}{x - 1}$; (6). $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \cos(x)}{2x + 1}$
- (7). $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x + 1}{-x^2 - x + 2}$; (8). $\lim_{x \rightarrow -2^-} \frac{x + 1}{-x^2 - x + 2}$; ; (9). $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{\tan(2x) \sin(5x)}$

Exercice 4 (..... pts)

I) 1) a) Soit $x \in \mathbb{R}$ déterminer r et θ tels que : $2 \cos(x) - 2\sqrt{3} \sin(x) = r \cdot \cos(x - \theta)$.

b) Déterminer r' et θ' tel que : $r \cdot \cos(x - \theta) = r' \cdot \sin(x - \theta')$

c) Calculer $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{2 \cos(x) - 2\sqrt{3} \sin(x)}{x - \frac{\pi}{6}}$.

2) Calculer : $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{x - \frac{\pi}{4}}{\cos(x) - \sin(x)}$ et $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \cos(2x) - \sin(2x)}{2x - \frac{\pi}{3}}$.

II) 1) Transformer en produits les sommes : $\cos(5x) - \cos(3x)$ et $\sin(5x) + \sin(3x)$

2) Calculer : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(5x) - \cos(3x)}{\sin(5x) + \sin(3x)}$.

Exercice 5 suite du devoir libre 1 - S_2 (..... pts)

$ABCD$ est un carré de centre O tel que $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AD}) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$. Soient E et G deux points définies par $\overrightarrow{DG} = \frac{1}{3} \overrightarrow{DA}$ et $\overrightarrow{AE} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB}$ et F et H sont respectivement des milieux des segments $[CD]$ et $[BC]$. On considère la rotation r de centre O et d'angle $-\frac{\pi}{2}$.

- 1) Déterminer $r(A)$ et $r(B)$.
- 2) Montrer que $r(E) = G$.
- 3) Déterminer $r(F)$.
- 4) En déduire que les droites (EF) et (GH) sont perpendiculaires.
- 5) Soit I le point d'intersection des segments $[EF]$ et $[BD]$ et J le point d'intersection des segments $[AC]$ et $[GH]$. Montrer que le triangle OIJ est isocèle et rectangle en O .