Professeur : Rachid BELEMOU	# Devoir Maison 2	**Niveau :** 1 BAC-SE-F
Lycée : **Prince Moulay Abdellah**		**Année :** 2023-2024

Exercice 1 (8 pts)	
Soit ABC un triangle, et soit G le barycentre des points $(A;3)$; $(B;-1)$ et $(C;2)$.	
Soit I le barycentre des points $(A;3)$ et $(B;-1)$,	
et soit K le barycentre des points $(B;-1)$ et $(C;2)$.	
1) Montrer que G est le milieu de segment $[CI]$.	0.5
2) Construire le triangle ABC et les points I ; K et G.	3
3) Montrer que les points A ; K et G sont alignés.	1.5
4) a) Soit F le barycentre des points $(A;3)$ et $(C;2)$. Montrer que $G \in (BF)$.	1.5
b) En déduire que les droites (CI) ; (AK) et (BF) sont sécantes en un point qu'on déterminera.	0.5
5) Considérons Γ l'ensemble : $\Gamma = \{M \in (\mathcal{P}) \ / \ \|3\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = 4CI\}$.	
Déterminer l'ensemble Γ.	1

Exercice 2 (10 pts)	
Soit $(U_n)_{n\geq 1}$ la suite définie par : $$\begin{cases} U_1 = \dfrac{2}{3} \\ U_{n+1} = \dfrac{3U_n+2}{2U_n+3} \end{cases}$$	
1) Calculer : U_2 et U_3.	1
2) a) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$: $U_n > 0$ (Par récurrence).	0.75
b) Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$: $U_n < 1$ (Par récurrence).	1
3) Étudier la monotonie de la suite : $(U_n)_{n\geq 1}$.	1.25
3) Considérons la suite numérique : $(V_n)_{n\geq 1}$ définie par : $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n + 1}$	
a) Montrer que : $(V_n)_{n\geq 1}$ est une suite géométrique et déterminer sa raison et son premier terme.	2
b) Calculer V_n en fonction de n, en déduire U_n en fonction de n.	2.5
c) Calculer la somme : $S_n = V_1 + V_2 + \cdots + V_n$	1.5

Exercice 3 (2 pts)	
Soit $a \in \mathbb{R}_+^*$ et soit $(W_n)_{n\geq 0}$ la suite définie par : $$\begin{cases} W_0 = \dfrac{a}{a+1} \\ W_{n+1} = \dfrac{(a+1)W_n + a}{aW_n + (a+1)} \end{cases}$$	2
Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N})$: $W_n = \dfrac{(2a+1)^{n+1} - 1}{(2a+1)^{n+1} + 1}$.	